

## EXPERIMENTAL METHOD OF TOOTH CONTACT ANALYSIS (TCA) UNDER LOAD USING RAPID PROTOTYPING (RP)

Mariusz Sobolak

Rzeszów University of Technology  
Faculty of Mechanical Engineering and Aeronautic  
Department of Machine Design  
Al. Powstańców Warszawy 8, 35-959 Rzeszów, Poland  
tel.: +48 17 8651642, fax: +48 17 8651150  
e-mail: msobolak@prz.edu.pl

### Abstract

The paper contains description of an experimental method of Tooth Contact Analysis (TCA). In practice there is mainly more than one pair of teeth in contact in gear. In determined orientation of gear wheels instantaneous contact ellipses occur between teeth. Shape and size of the contact ellipses are dependent on gear material, geometry and load. In manufacturing practice only mating areas are determined on control machines without operating load. Mainly analytical methods and a Finite Element Method are used to determine instantaneous contact ellipses. It is essential to observe changes in instantaneous contact ellipses relative to the rotations of wheels in gear drive in the range of a single pitch.

In proposed solution of the problem the instantaneous contact ellipses and bearing area are experimentally determined using a rapid prototyping (RP) process. Prototypes of gear are assembled in a special device and loaded by torque. A transparent resin has been used to observe the instantaneous contact pattern. The principle of a mechanical similarity was applied.

**Keywords:** gears, Tooth Contact Analysis (TCA)

## EKSPERYMENTALNA METODA OKREŚLANIA CHWILOWEGO ŚLADU STYKU W OBCIĄŻONEJ PRZEKŁADNI

### Streszczenie

W artykule przedstawiono eksperymentalną metodę określania chwilowego śladu styku w przekładni zębatej. W przekładniach zębatych w zazębieniu znajduje się przeważnie więcej niż jedna para zębów. W określonym wzajemnym położeniu współpracujących kół między zębami powstają chwilowe ślady styku. Kształt i wielkość śladu styku w głównej mierze zależy głównie od materiału, z którego wykonano koła, od geometrii uzębienia oraz od obciążenia. W praktyce przemysłowej przeważnie określany jest ślad współpracy na maszynach kontrolnych, przy czym przekładnia obciążona jest niewielkim momentem. Do określenia chwilowego śladu styku stosowane są przeważnie metody analityczne oraz MES. Ważne jest, aby określić nie tylko chwilowy ślad styku, ale też zmiany chwilowego śladu styku przy obrocie koła o jedną podziałkę.

W proponowanej metodzie chwilowy ślad styku jest wyznaczany z użyciem modeli stereolitograficznych kół przekładni. Koła zestawione są w specjalnym przyrządzie oraz obciążone odpowiednio dobranym momentem. Wykorzystuje się zasadę podobieństwa modelowego.

**Słowa kluczowe:** przekładnie zębate, ślad styku

### 1. Wstęp

Najpowszechniej obecnie stosowanymi przekładniami mechanicznymi w budowie maszyn są przekładnie zębate. Charakteryzują się małymi gabarytami (w porównaniu do innych przekładni), dużą równomiernością pracy, wysoką sprawnością (do 98% dla niektórych przekładni) oraz możliwością przenoszenia dużych mocy. Nie bez znaczenia jest także fakt, iż pozwalają na kątową

zmianę osi przenoszonego ruchu obrotowego (jak np. przekładnie główne w mostach samochodów).

Koła zębate będące głównymi elementami przekładni wciąż są doskonalone zarówno pod względem konstrukcji jak i technologii wykonania.

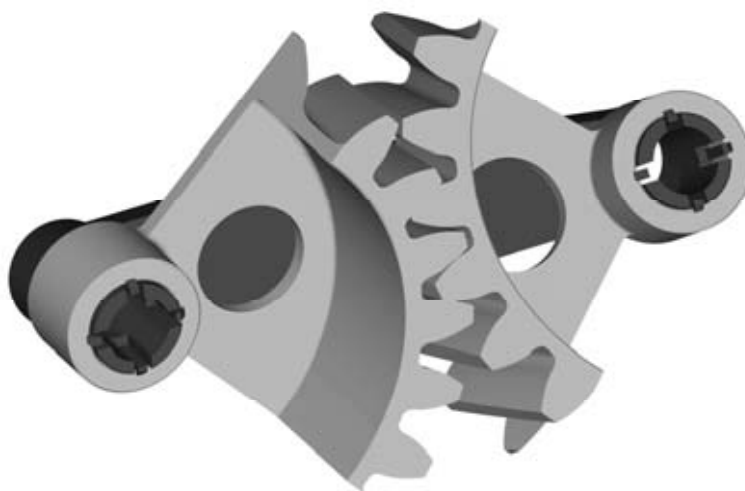
Przy konstruowaniu nowych kół często prowadzone są badania mające na celu określenie poprawności pracy przekładni. Jednym z podstawowych wyznaczników poprawności pracy przekładni jest ślad współpracy. Ślad współpracy tworzy się na bokach współpracujących kół w wyniku złożenia tzw. chwilowych śladów styku, występujących między zębami w konkretnym ich wzajemnym położeniu. Ślad styku przeważnie określany jest metodami analitycznymi i numerycznymi [3, 4, 5]. Znajomość chwilowego śladu styku i jego zmian w trakcie obrotu koła o jedną podziałkę pozwala określić poprawność pracy przekładni, zwłaszcza gdy ślad ten określany jest pod obciążeniem. Przykładowo może okazać się, że chwilowy ślad styku w przekładni pod obciążeniem ma zbyt małe pole styku lub też gwałtownie (skokowo) zmienia się w trakcie obrotu koła. W pierwszym przypadku prowadzi to do występowania zbyt dużych nacisków jednostkowych, w drugim do powstawania drgań oraz nierównomierności przenoszenia ruchu.

W warunkach przemysłowych często koła sprawdzane są na maszynach kontrolnych z użyciem tuszowania jednakże wyznaczany jest przeważnie ślad współpracy i to przy niewielkim obciążeniu. W artykule przedstawiono eksperymentalną metodę określania chwilowego śladu styku w przekładni pod obciążeniem. Istotą metody jest zastosowanie przezroczystego modelu przekładni oraz wykorzystanie zasady podobieństwa modelowego.

Praca została wykonana w ramach projektu rozwojowego: „Opracowanie innowacyjnych przekładni zębatach o nietypowym zazębieniu” nr R03 021 02.

## 2. Model przekładni

Na rys. 2 przedstawiono model CAD wichrowatej walcowej przekładni zębatej użytej w badaniach. Modele kół przygotowywane są w systemie CAD. Przykładowe koła zostały zbudowane z wykorzystaniem metody bezpośredniego odwzorowania narzędzia w środowisku CAD [5, 8]. Tak otrzymany model uwzględnia ślady obróbki będące rezultatem obróbki obwiedniowej. Przekładnia została uproszczona do pary współpracujących wycinków kół. Główne parametry przekładni to: moduł normalny  $m_n=5\text{mm}$ , kąt zarysu  $\alpha_0=20^\circ$ ,  $z_1=24$ ,  $\beta_1=15^\circ$ ,  $z_2=24$ ,  $\beta_2=15^\circ$ , szerokość kół  $b_1=b_2=40\text{mm}$ , kąt skrzyżowania osi  $\Sigma=30^\circ$ . W systemie CAD przygotowano także model przyrządu, który posłużył następnie do zestawienia kół w przekładnię oraz obciążenia jednego z kół momentem.



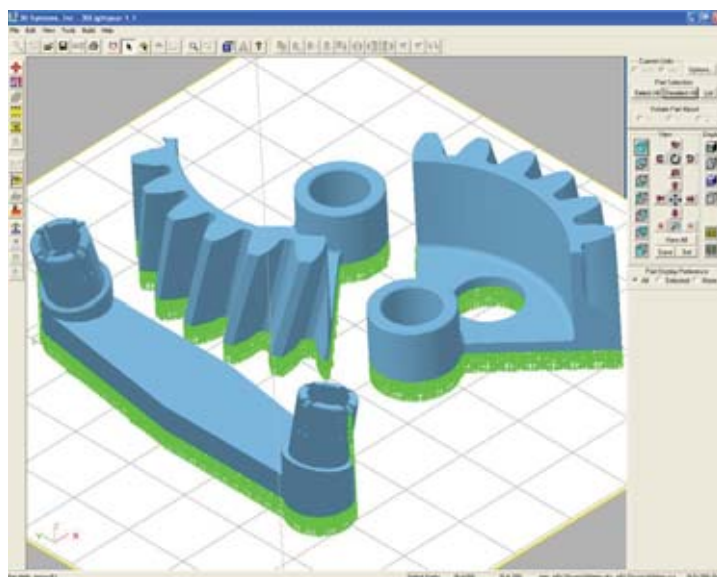
Rys. 2. Model CAD rozważanej przekładni  
Fig. 2. CAD model of a helical gear

Koła przekładni oraz przyrząd wyeksportowano z systemu CAD do formatu stereolitograficznego STL (rys. 3). Dokładność modelu STL w stosunku do CAD wyniosła 0,001mm.

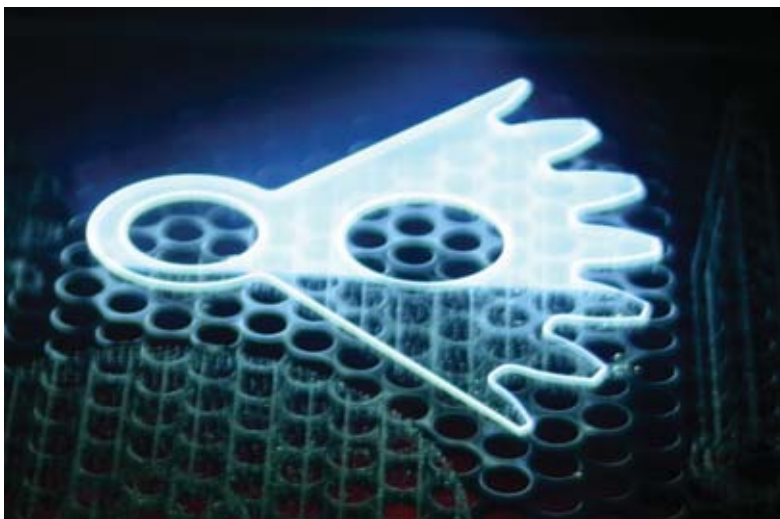
W następnej kolejności model STL przygotowano do wytworzenia na aparaturze SLA250 firmy 3D Systems (rys. 4) [1, 9]. Widoczne są podpory technologiczne utrzymujące koła i przyrząd w ustalonym miejscu przestrzeni roboczej aparatury stereolitograficznej. Na rys. 5. Pokazano proces utwardzania żywicy wiązką lasera w komorze aparatury. Czas naświetlania zdjęcia wyniósł 30 sekund. Widoczna jest obwiednia koła oraz część wypełnienia pojedynczej warstwy modelu SLA utwardzona w tym czasie. Widoczne są także wykonane w początkowym etapie procesu podpory technologiczne oraz perforowana platforma robocza aparatury stereolitograficznej.



Rys. 3. Model STL fragmentu koła zębatego  
Fig. 3. STL model of a helical gear



Rys. 4. Przygotowanie koła i przyrządu do wytworzenia metodą stereolitografii (program 3D Lightyear)  
Fig. 4. Preparation of a build model of a gear for stereolitography process (3D Lightyear processing program)



Rys. 5. Utwardzanie żywicy w komorze aparatury SLA-250 firmy 3D Systems; czas naświetlania zdjęcia 30 s  
 Fig. 5. Resin hardening in SLA-350 3D Systems apparatus; exposition time 30 s

Koła zębate i przyrząd po wyjęciu z komory roboczej oczyszczono z podpór technologicznych i resztek żywicy po czym utwardzono dodatkowo ultrafioletem w specjalnym piecu.

Do wytworzenia modelu stereolitograficznego zastosowano metodę podwyższania dokładności wykonania modeli stereolitograficznych opracowaną w Katedrze Konstrukcji Maszyn Politechniki Rzeszowskiej [6]. Dokładność modelu stereolitograficznego wyniosła  $\pm 0,015\text{mm}$ .

### 3. Określenie chwilowego śladu styku

Wycinki kół zestawiono w przyrządzie, zapewniającym zaplanowane położenie kół, zgodne z rzeczywistą przekładnią (rys. 6). Model rozważanej przekładni obciążono momentem równoważnym nominalnemu momentowi obciążającemu rzeczywistą przekładnię. Obciążenie równoważne dobrano na zasadzie podobieństwa modelowego [2].

Zgodnie z zasadą podobieństwa modelowego wprowadzono tzw. iloczyn bezwymiarowy  $\pi$ , będący kombinacją wielkości fizycznych takich jak  $F$  – siła zewnętrzna,  $E$  – moduł Younga,  $l$  – długość:

$$\pi = \frac{El^2}{F} \cdot \quad (1)$$

Przed przystąpieniem do badań wyznaczono siłę obciążającą ramię. W tym celu wykorzystano związek między iloczynami bezwymiarowymi modelu i przedmiotu rzeczywistego:

$$\pi = \frac{E_m l_m^2}{F_m} = \frac{E_r l_r^2}{F_r}, \quad (2)$$

gdzie: indeks  $m$  oznacza model a indeks  $r$  rzeczywisty przedmiot.

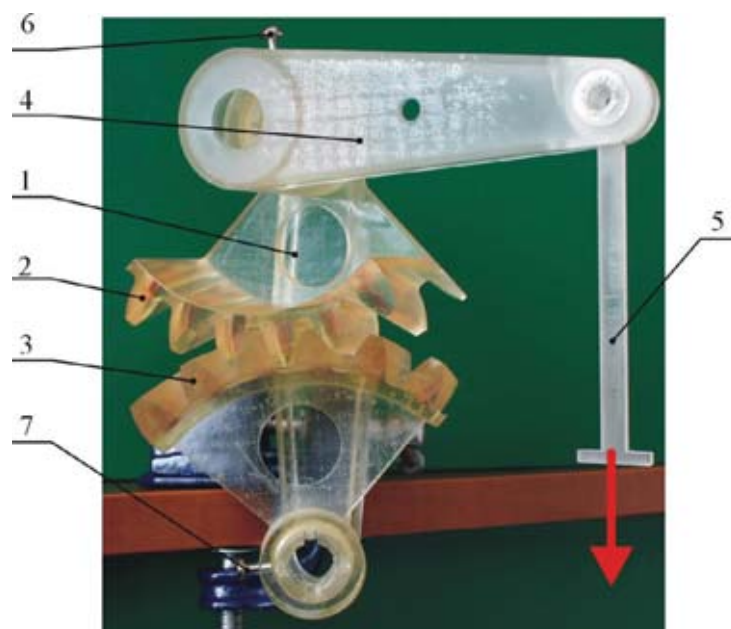
Stąd siła obciążająca wynosi:

$$F_m = F_r \frac{E_m}{E_r} \cdot \quad (3)$$

Przy wyznaczaniu obciążenia pod uwagę wzięto również momenty pochodzące od ramienia i wieszaka oraz od wycinków kół. Środki ciężkości poszczególnych elementów wyznaczono z użyciem systemu CAD.

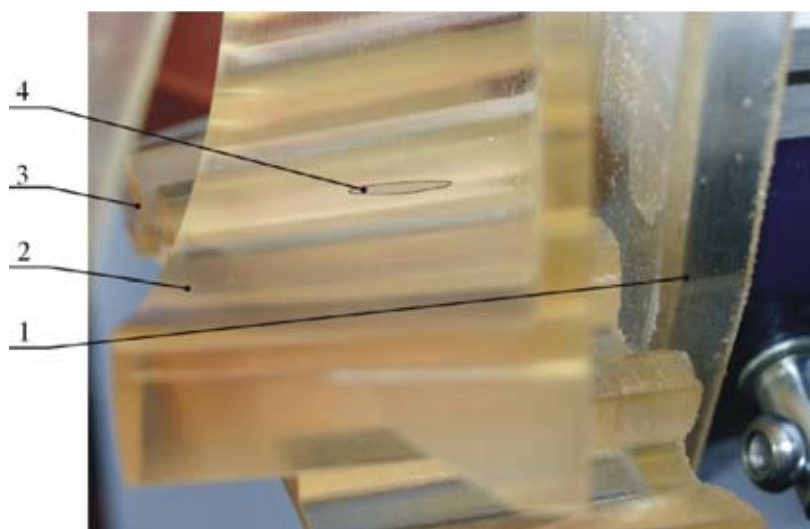
Schemat stanowiska badawczego przedstawiono na rys. 6. Wycinek koła 3 zablokowano śrubą 7, drugi wycinek 2 obciążono momentem poprzez obciążnik zawieszony na wieszaku 5 działający na ramieniu 4.

Na rys. 7 przedstawiono chwilowy ślad styku między zębami w modelu rozważanej przekładni obciążonej momentem równoważnym nominalnemu momentowi obciążającemu rzeczywistą przekładnię. Ślad styku ma kształt elipsy i widoczny jest poprzez wybranie wewnątrz koła wykonane celowo już na etapie budowania modelu CAD.



Rys. 6. Stanowisko do obciążania modelu przekładni; 1 – przyrząd zestawiający koła, 2 – wycinek koła A, 3 – wycinek koła B, 4 – ramię, 5 – wieszak, 6, 7 – śruby blokujące

Fig. 6. Loaded gear test rig; 1 – setting-up device, 2 – circular sector of gear wheel A, 3 – circular sector of gear wheel B, 4 – lever arm, 5 – hanger, 6, 7 – lock-up bolts



Rys. 7. Chwilowy ślad styku w obciążonej przekładni; 1 – przyrząd zestawiający koła, 2 – koło A, 3 – koło B, 4 – ślad współpracy (zaznaczony linią kropkową)

Fig. 7. Tooth contact bearing under load; 1 – setting-up device, 2 – circular sector of gear wheel A, 3 – circular sector of gear wheel B, 4 - contact ellipse

W celu poprawy widoczności śladu modele zwilżono wodą z dodatkiem detergentów. Otrzymany ślad styku jest zgodny ze śladem otrzymanym z wykorzystaniem technik CAD.

#### 4. Wnioski

Zastosowanie przezroczystych kół pozwala na obserwację śladu styku między zębami przekładni obciążonej równoważnym momentem.

Zastosowanie stereolitografii pozwala na wytworzenie prototypowych kół w krótkim czasie. Koła o praktycznie dowolnym zarysie mogą zostać zamodelowane w systemie CAD a następnie wykonane w aparaturze stereolitograficznej bez konieczności stosowania pracochłonnej obróbki skrawaniem. Dodatkowo wykonanie kół metodą symulacji odwzorowania narzędzia pozwala na uwzględnienie wpływu narzędzia skrawającego na kształt śladu styku.

W przypadku bardziej skomplikowanych przekładni obserwacja chwilowego śladu styku pozwala na ich wstępną jakościową ocenę bez konieczności wykonywania prototypów tradycyjnymi bądź też nowoprojektowanymi metodami obróbki.

W celu sprawdzenia śladu styku w istniejących przekładniach możliwe jest wykonanie „kopii” tych przekładni z przezroczystego tworzywa sztucznego. Do tego celu można wykorzystać niskociśnieniowe odlewanie tworzyw sztucznych w formach silikonowych [7]. Zastosowanie form silikonowych pozwala na odlewanie skomplikowanych geometrycznie kształtów.

Kierunki dalszych badań będą zmierzały do określenie zmian chwilowego śladu styku w trakcie pracy obciążonej przekładni.

#### Literatura

- [1] *3D Lightyear SLA File Preparation Software, User's Guide* 2001.
- [2] Kopkowicz, M., *Metody doświadczalne badań konstrukcji*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów, 2003.
- [3] Litvin, F. L., Chen, N. X., Chen, J. S., *Computerized Determination of Curvature Relations and Contact Ellipse for Conjugate Surfaces*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.125 s. 151-170, 1995.
- [4] Litvin, F. L., Hsiao, C. L., *Computerized Simulation of Meshing and Contact of Enveloping Gear Tooth Surfaces*, Computer methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 102, s. 337-366, 1993.
- [5] Marciniec, A., *Synteza i analiza zazębień przekładni stożkowych o kołowo-lukowej linii zęba*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów, 2002.
- [6] Sobolak, M., Budzik, G., *Dokładność geometryczna metody stereolitografii*, Western Scientific Centre of Ukrainian Transport Academy, s. 158-159, Lwów, 2005.
- [7] Sobolak, M., Budzik, G., *Prototypowanie kół zębatych z wykorzystaniem stereolitografii i odlewania próżniowego*, Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej nr 217, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, s. 264-270, Rzeszów, 2004.
- [8] Sobolak, M., *Analiza i synteza współpracy powierzchni kół zębatych metodami dyskretnymi*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów, 2006.
- [9] *Stereolithography Buildstation*, 3D Systems Publications 2001.